Прецезионная космическая астрометрия гамма-всплесков

С.М. Копейкин[1,2], В.Г. Курт[2], О.С. Угольников[2]

[1]Факультет физики и астрономии университета Миссури-Колумбия, США

[2]Астрокосмический центр ФИАН, 117810, Москва, Профсоюзная 84/32

УДК 522.73, 531.51

Поступила в редакцию 19.01.2000

В работе рассматриваются принципы и алгоритм высокоточного триангуляционного измерения координат гамма-всплесков при помощи трех космических аппаратов. Уравнения общей теории относительности применяются для описания четырехмерных преобразований перехода между барицентрической, геоцентрической и аппаратной системами координат. Рассмотрены различные варианты взаимного пространственного расположения космических аппаратов. Оценена погрешность измерения времени запаздывания прихода сигнала от гамма-источника на разные аппараты в зависимости от параметров всплеска и детектора. Это позволяет оценить предельно возможную точность триангуляционного метода измерения координат гамма-всплесков.

1 Введение

Проблема высокоточного измерения координат космических гамма-всплесков является, возможно, наиболее критической для понимания их физической природы. Несмотря на то, что космические гамма-всплески были открыты около 25 лет назад, их происхождение до сих пор до конца не ясно. Разброс существующих ныне гипотез очень велик: от рождения гамма-всплеска внутри Солнечной системы как результата пересоединения магнитных линий поля солнечного ветра с излучением высвободившейся энергии в виде рентгеновских и гамма-лучей до источников вне Солнечной системы и в пределе - на очень больших расстояниях с красным смещением $z \geq 1$ [1].

В четвертом каталоге BATSE точность определения координат гамма-всплесков составляет, как правило, несколько градусов. Лишь для нескольких сот гамма-всплесков удалось определить координаты с более хорошей точностью (до нескольких минут), измеряя разность времени прихода сигнала на два или более космических аппарата, находящихся на расстоянии порядка 1 а.е. друг от друга. Именно этот метод космической триангуляции представляется наиболее перспективным методом прецезионного измерения координат гамма-всплесков. Его мы и будем рассматривать в настоящей работе.

Два года назад в Итало-Голландском эксперименте на ИСЗ "Верро-SAX" впервые было проведено быстрое оптическое и рентгеновское отождествление космических гамма-всплесков. Для нескольких объектов рентгеновские и оптические координаты были получены через 8-10 часов после времени регистрации гамма-всплеска. И лишь для одного всплеска GRB990123 оптический транзиент был найден через 20 сек после его регистрации в гамма-диапазоне. В последнем случае использовался специально разработанный для этой цели автоматический телескоп ROTSE, зарегистрировавший оптический объект 8^m. Для остальных случаев послесвечение исследовалось на больших телескопах, когда их звездная величина уменьшалась до 18-20^m. Для нескольких объектов с послесвечением удалось определить их красное смещение, равное $z = 0.8 - 2.5$ [1]. Создалось впечатление, что восторжествовала космологическая теория происхождения всплесков. Не все исследователи, однако, согласны с такой точкой зрения. Космологическая природа всплесков при $z \geq 1$ приводит к громадной рентгеновской и гамма-светимости объектов, достигающей 10^{54} эрг/сек (10^{49} эрг/сек в оптике), что близко к полной светимости всех звезд Вселенной. Попытки теоретического объяснения такой фантастической светимости наталкиваются на серьезные трудности, которые могут быть преодолены, если предположить, что расстояния до гамма-источников меньше космологических. По этой причине не следует оставлять попытки измерения точных координат многих всплесков, даже с задержкой на несколько дней после самого всплеска.

В статье предлагается идея проведения космического эксперимента, полностью посвященного проблеме точного измерения координат гамма-всплесков на небе, суть которого заключается в следующем. Если имеются два космических аппарата, удаленные друг от друга на некоторое расстояние L (рис. 1) и фиксирующие моменты времени прихода сигнала от гамма-всплеска, то по разнице этих времен можно измерить угол α между направлением на гамма-источник и линией, соединяющей аппараты, по формуле

$$\cos\alpha = \frac{c\Delta t}{L}. \qquad (1)$$

Ошибка измерения угла E_α будет связана с ошибкой определения времени E_t и ошибкой определения базы E_L по формуле

$$E_\alpha = \frac{1}{L \sin\alpha}(E_t c + E_L \cos\alpha). \tag{2}$$

Отметим, что точность измерения этого угла будет максимальной при $\alpha = 90°$. Зная угол α, мы локализуем гамма-всплеск в некоем кольце на небесной сфере с шириной, равной точности определения угла α, и с центром по направлению линии, соединяющей аппараты. Если же в систему ввести третий аппарат, не лежащий на одной прямой с первыми двумя, то гамма-всплеск будет локализован в двух малых областях на небесной сфере, из которых выбрать правильную уже не составит труда, например, используя детекторы с диаграммами направленности, ориентированными под углом $180°$ друг к другу.

Для того, чтобы измерять координаты гамма-всплесков с точностью порядка $1''$, система контроля орбиты (СКО) должна позволять измерять пространственные координаты космических аппаратов с точностью не хуже 10 км. Аппараты должны быть оснащены атомными стандартами частоты, которые позволили бы регистрировать моменты прихода сигнала с точностью порядка 100 мкс. Чтобы удовлетворить этому требованию, стандарты должны иметь стабильность порядка 10^{-12} на временном интервале около 1 года. Кроме этого, шкала времени в системе отсчета аппарата не должна иметь систематического сдвига от земной шкалы времени, большего 100 мкс в год. Очевидно, что точность измерения координат гамма-всплесков будет зависеть не только от качества работы бортовой аппаратуры, но и от параметров самого всплеска - его яркости, продолжительности, масштаба переменности.

Чтобы определить координаты гамма-всплеска с высокой точностью, нужно пересчитать моменты регистрации сигнала из бортового времени в некую стандартную шкалу, например, в барицентрическую шкалу времени Солнечной системы. Этот пересчет можно будет произвести только в том случае, если процедура сверки бортовых часов с земными будет иметь точность, не уступающую точности регистрации самих сигналов, то есть 100 мкс. Поддержка такой высокой точности на больших масштабах времени требует аккуратного учета всех релятивистских коррекций при обработке данных. Например, вековой уход земного времени по отношению к барицентрическому составляет 0.32 с в год, а амплитуда годичных периодических вариаций составляет 1.6 мс [2]. Релятивистские эффекты в преобразованиях времени, возникающие из-за движения аппаратов относительно друг друга и наблюдателя на Земле, имеют приблизительно тот же порядок величины.

Определение орбит космических аппаратов требует дополнительного учета возмущений от негравитационных сил. Наиболее значительные из них - это давление солнечного ветра и электромагнитного излучения Солнца, а также эффект неконтролируемой утечки газа из гермоотсека космического аппарата. Для коррекции влияния подобных эффектов необходимо периодически проводить траекторные измерения, которые позволят предсказывать положение аппаратов с точностью порядка 10 км.

Метод космической триангуляции измерения положений источников гамма-всплесков был апробирован, начиная с первых исследований гамма-всплесков на аппаратах "Пионер-Венера", "Гелиос", "Венера", спутниках серии "Прогноз" в 1976 г. Однако измерения носили единичный характер, и их точность была недостаточной для отождествления гамма-всплесков с известными объектами. В настоящей работе идея космической триангуляции развивается с учетом современных теоретических требований и технологических возможностей. Предлагаемая в последующих параграфах процедура учитывает все эффекты специальной и общей теории относительности до второго порядка малости по отношению к скорости света c и основана на теории релятивистских шкал времени в солнечной системе [3-5], одобренной в резолюциях МАС. Ожидается, что использование данного метода позволит отождествить положения гамма-всплесков с оптическими источниками для достаточно большого числа наблюдаемых всплесков и таким образом окончательно решить проблему их физической природы.

2 Пространственное расположение космических аппаратов

Рассмотрим систему космических аппаратов, измеряющих координаты гамма-всплесков методом триангуляции. Каждый аппарат оснащен детекторами гамма-лучей и высокостабильными часами. Центр управления полетом измеряет скорости и расстояния до аппаратов, а также регистрирует моменты прихода сигналов от гамма-всплеска в бортовом времени с точностью, указанной выше. Предлагаются три возможные модели расположения аппаратов в Солнечной системе - A, B и C. Все три аппарата двигаются в плоскости эклиптики, причем в любой из указанных моделей первый аппарат находится на круговой гелиоцентрической орбите радиусом 1 а.е.

В модели A эллиптическая орбита второго аппарата имеет следующие параметры: расстояние в перигелии - 0.625 а.е., расстояние в афелии - 1 а.е., эксцентриситет - 0.23, орбитальный период - 268 дней. Орбита третьего аппарата характеризуется расстоянием в перигелии 1 а.е., расстоянием в афелии 1.33 а.е., эксцентриситетом 0.14 и орбитальным периодом 460 дней. Вывод аппаратов на данные орбиты весьма экономичен с точки зрения расхода топлива [6].

В модели B орбиты второго и третьего аппаратов также круговые с радиусом 1 а.е. Второй аппарат опережает первый в движении по орбите на 60°, а третий отстает от первого на 60°.

Однако наиболее эффективной представляется модель C, представленная на рис. 2. Здесь три аппарата движутся по круговым орбитам с радиусом 1 а.е. с отставанием на 120° друг от друга, образуя тем самым равносторонний треугольник со стороной L, равной 1.72 а.е. Преимущество этой модели по сравнению с моделями A и B состоит в том, что расстояние между аппаратами постоянно и достигает максимального значения. Недостаток модели C состоит в том, что при наблюдении с Земли один из аппаратов всегда будет находиться менее чем в 30° от Солнца, что может создать помехи для устойчивой радиосвязи. Тем не менее, современные средства связи могут решить данную проблему.

Ввиду того, что наилучшая точность измерения координат гамма-всплесков будет вблизи полюсов эклиптики (в направлении, перпендикулярном всем трем сторонам треугольника), а наихудшая - в плоскости эклиптики, на каждый аппарат целесообразно установить минимум по два гамма-детектора, направленные к разным полюсам эклиптики.

3 Системы отсчета, используемые в космической астрометрии

Релятивистская теория перехода между системами отсчета в задаче N гравитирующих тел была развита в серии работ [7-9] (см. также в [3]-[4]). Аналогичный подход был предложен в [10], главное отличие которого заключается в том, что ньютоновские выражения мультипольных моментов протяженных тел, создающих гравитационное поле, были заменены их релятивистскими аналогами. Теория полностью описывает структуру гравитационного поля в локальной (топоцентрической, аппаратной, геоцентрической) и глобальной (барицентрической) системах координат и дает релятивистские формулы перехода между ними, обобщающие преобразования Лоренца для случая искривленного пространства-времени. Мы использовали результаты [4] для описания преобразований координат и времени, необходимых для обработки данных астрометрических наблюдений гамма-всплесков. Формулы, полученные в [10], имеют тот же самый вид.

3.1 Аппаратная система отсчета

Аппаратная система отсчета (τ, ξ) имеет начало в центре масс космического аппарата. Время τ совпадает с собственным временем часов, установленных в начале координат. Пространственные оси координат $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ имеет смысл зафиксировать по отношению к опорным звездам (квазарам), хотя это не имеет принципиального значения, так как нас интересует только время регистрации сигнала.

3.2 Геоцентрическая система отсчета

Геоцентрическая система отсчета $(u, \mathbf{w})$ имеет начало в центре масс Земли. Время u называется Геоцентрическим временем (GCT). Его соотношение с Международным Атомным временем (TAI) и Всемирным координированным временем (UTC) определено в резолюции A4 Генеральной Ассамблеи МАС 1994 г. (см. также [4]). Пространственные оси координат кинематически невращающейся геоцентрической системы [3] зафиксированы по отношению к квазарам, собственным движением которых можно пренебречь. Геоцентрическая система координат нужна для определения координат и скорости земного наблюдателя и космического аппарата. Координаты и скорость земного наблюдателя в геоцентрической системе определяются с помощью данных Международной службы вращения Земли (IERS). Координаты и скорость аппарата рассчитываются по данным радиолокации и допплеровского зондирования. Синхронизация земных и аппаратных часов поддерживается в течение всей работы с помощью известных и хорошо апробированных процедур сличения часов с помощью электромагнитных сигналов.

3.3 Барицентрическая система отсчета

Барицентрическая система отсчета $(t, \mathbf{x})$ имеет начало в барицентре Солнечной системы. Время t называется барицентрическим (ВСТ). Его связь с геоцентрическим временем также определена в резолюции А4 Генеральной Ассамблеи МАС 1994 г. Пространственные оси координат также фиксированы по отношению к квазарам. Положение и скорость геоцентра определяется из эфемерид DE200/LE200 или аналогичных им по точности. Барицентрическая система координат используется для построения точной теории движения Земли и космических аппаратов относительно барицентра Солнечной системы.

4 Релятивистские преобразования координат

4.1 Преобразования между геоцентрической и барицентрической системами

Релятивистские преобразования между геоцентрической и барицентрической системами координат описываются с требуемой точностью уравнениями:

$$u = t - \frac{1}{c^2}\left[\int_{t_0}^{t}\left(\frac{1}{2}v_E^2 + \overline{U}(\mathbf{x}_E)\right)dt + (\mathbf{v}_E \cdot \mathbf{R}_E)\right] + O(c^{-4}), \tag{3}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}_E + \frac{1}{c^2}\left[\frac{1}{2}\mathbf{v}_E\left(\mathbf{v}_E \cdot \mathbf{R}_E\right) + \mathbf{R}_E\overline{U}(\mathbf{x}_E)\right] + O(c^{-2}\frac{R_E^2}{L_0^2}) + O(c^{-4}). \tag{4}$$

Здесь точка "$\cdot$" между двумя векторами означает их скалярное произведение, t_0 - начальная эпоха наблюдений, c - скорость света, $\mathbf{R}_E = \mathbf{x} - \mathbf{x}_E$, $\mathbf{x}$ - барицентрические координаты наблюдателя, $\mathbf{x}_E$ - барицентрические координаты геоцентра, $\mathbf{v}_E = d\mathbf{x}_E/dt$ - барицентрическая скорость геоцентра, L_0 - среднее расстояние от Земли до Солнца. Гравитационный потенциал в геоцентре вычисляется по формуле:

$$\overline{U}(\mathbf{x}_E) = \sum_{A \neq E}\frac{GM_A}{R_{EA}}, \tag{5}$$

где G - гравитационная постоянная, M_A - масса A-того гравитирующего тела ($A = 1, 2, ..., N$), R_{EA} - расстояние между геоцентром и центром масс тела A, при этом собственное гравитационное поле Земли не учитывается. В формуле (4) были опущены члены порядка $O(c^{-2}\frac{R_E^2}{L_0^2})$ и $O(c^{-4})$, так как они очень малы по сравнению с другими членами постньютоновского разложения (более подробно этот вопрос рассмотрен в [11]).

4.2 Преобразования между аппаратной и барицентрической системами

Релятивистские преобразования между аппаратной и барицентрической системами координат описываются с требуемой точностью уравнениями:

$$\tau = t - \frac{1}{c^2}\left[\int_{t_0}^{t}\left(\frac{1}{2}v_S^2 + U(\mathbf{x}_S)\right)dt + (\mathbf{v}_S\cdot\mathbf{R}_S)\right] + O(c^{-4}), \qquad (6)$$

$$\xi = \mathbf{R}_S + \frac{1}{c^2}\left[\frac{1}{2}\mathbf{v}_S\left(\mathbf{v}_S\cdot\mathbf{R}_S\right) + \mathbf{R}_S U(\mathbf{x}_S)\right] + O(c^{-2}\frac{R_S^2}{L_0^2}) + O(c^{-4}). \qquad (7)$$

Здесь t_0 - начальная эпоха наблюдений, $\mathbf{R}_S = \mathbf{x} - \mathbf{x}_S$, $\mathbf{x}$ - барицентрические координаты данной точки, $\mathbf{x}_S$ - барицентрические координаты космического аппарата, $\mathbf{v}_S = d\mathbf{x}_S/dt$ - барицентрическая скорость космического аппарата. Гравитационный потенциал в точке положения аппарата вычисляется по формуле:

$$U(\mathbf{x}_S) = \sum_{A=1}^{N}\frac{GM_A}{R_{SA}}, \qquad (8)$$

где $R_{SA} = |\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_A|$ - расстояние между аппаратом и центром масс тела A, при этом здесь учитывается и гравитационное поле Земли. Вновь мы опустили члены порядка $O(c^{-2}\frac{R_S^2}{L_0^2})$ и $O(c^{-4})$ вследствие их малости.

Если в формулы (6) и (7) подставить $\mathbf{R}_S = 0$, мы получим преобразования начала отсчета аппаратной системы в барицентрическую систему. В этом случае правая часть уравнения (7) обращается в нуль, а уравнение (6) упрощается к виду:

$$\tau = t - \frac{1}{c^2}\int_{t_0}^{t}\left[\frac{1}{2}v_S^2 + U(\mathbf{x}_S)\right]dt + O(c^{-4}). \qquad (9)$$

4.3 Преобразования между аппаратной и геоцентрической системами

Комбинируя уравнения (3) и (9), мы получаем связь между собственным временем космического аппарата и геоцентрическим временем:

$$\tau = u + \frac{1}{c^2}\left\{\int_{t_0}^{t}\left[\frac{1}{2}\left(v_E^2 - v_S^2\right) - \frac{GM_E}{R_{SE}}\right]dt + (\mathbf{v}_E\cdot\mathbf{R}_{SE})\right\} + O(c^{-4}), \quad (10)$$

где $\mathbf{R}_{SE} = \mathbf{x}_S - \mathbf{x}_E$, и $R_{SE} = |\mathbf{R}_{SE}|$. Если космический аппарат находится далеко от Земли, мы можем пренебречь также и влиянием ее гравитационного поля, что приводит нас к формуле

$$\tau = u + \frac{1}{c^2}\left\{\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t}\left(v_E^2 - v_S^2\right)dt + (\mathbf{v}_E\cdot\mathbf{R}_{SE})\right\} + O(c^{-4}). \quad (11)$$

Если же космический аппарат движется вокруг Солнца по той же орбите, что и Земля, то формула (11) может быть далее упрощена:

$$\tau = u + \frac{1}{c^2}(\mathbf{v}_E\cdot\mathbf{R}_{SE}) + O(c^{-4}). \quad (12)$$

Выражение (11) должно быть использовано для преобразования времени в модели эксперимента A, а выражение (12) используется в моделях B и C.

5 Определение небесных координат гамма-всплесков

5.1 Общие замечания

Для точного определения небесных координат гамма-всплесков необходимы уравнения распространения света от источника всплеска до космического аппарата, фиксирующего гамма-фотоны от всплеска. Релятивистский подход к проблеме распространения света в искривленном пространстве-времени был осуществлен в [11] и [12]. Однако, так как точность регистрации времен прихода гамма-импульсов не так высока, как, например, при наблюдениях пульсаров или РСДБ-наблюдениях, достаточно использовать упрощенный вариант этой теории, пренебрегая эффектами, связанными с релятивистской задержкой времени в гравитационном поле (эффект Шапиро).

Распространение света в барицентрической системе координат описывается уравнением:

$$t - t_* = \frac{1}{c}\left[(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_*)\right] + O(c^{-3}), \tag{13}$$

где t - барицентрическое время регистрации гамма-импульса, t_* - барицентрическое время гамма-вспышки, $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ - барицентрические пространственные координаты точки регистрации импульса, $\mathbf{x}_* = \mathbf{x}_*(t_*)$ - барицентрическое пространственное положение гамма-источника и $\mathbf{k}$ - барицентрический единичный вектор, направленный от аппарата к гамма-источнику. Этот вектор определяется соотношением:

$$\mathbf{k} = \mathbf{n} + \frac{1}{D}[\mathbf{n} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{n})] + O(\frac{x^2}{D^2}). \tag{14}$$

Здесь второе слагаемое описывает годовой параллактический сдвиг положения гамма-всплеска, D - расстояние от барицентра Солнечной системы до гамма-источника, единичный вектор $\mathbf{n}$ направлен из барицентра Солнечной системы к гамма-источнику и равен

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix}, \qquad (15)$$

где α и δ есть прямое восхождение и склонение гамма-источника на небе ($0 < \alpha \leq 2\pi$, $-\frac{\pi}{2} \leq \delta \leq \frac{\pi}{2}$). Заметим, что координаты вектора $\mathbf{n}$ определены в барицентрической системе, оси которой зафиксированы по отношению к квазарам. На практике же эти координаты выражаются в системе, в которой построена теория движения аппаратов. Ориентация этой системы будет близка к экваториальным системам DE200 или FK5, но не будет в точности совпадать с ними. По этой причине необходимо установить связь между координатными системами, используя дополнительные наблюдательные данные. Необходимо также отметить, что определение параллакса и расстояния до гамма-источника не производится системой из трех аппаратов, для этого необходим четвертый аппарат, выведенный из плоскости эклиптики, что, как уже говорилось, трудно осуществимо на практике. По этой причине, а также предполагая, что D достаточно велико (гамма-источник находится вне Солнечной системы), мы полагаем $\mathbf{k} = \mathbf{n}$.

Распространение света в геоцентрической системе отсчета описывается уравнением:

$$u - u_* = \frac{1}{c}\left[(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{w}) - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{w}_*)\right] + O(c^{-3}), \qquad (16)$$

где u - геоцентрическое время регистрации гамма-импульса, u_* - геоцентрическое время вспышки, $\mathbf{w} = \mathbf{w}(u)$ - геоцентрические пространественные координаты точки регистрации имульса, $\mathbf{w}_* = \mathbf{w}_*(u_*)$ - геоцентрические пространственные коодинаты источника и $\hat{\mathbf{k}}$ - геоцентрический единичный вектор, направленный от космического аппарата к источнику. Мы вновь пренебрегаем параллактическим сдвигом и принимаем, что

$$\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{n}} + O(\frac{x}{D}), \tag{17}$$

где $\hat{\mathbf{n}}$ - единичный вектор, направленный из геоцентра к гамма- источнику.

Теперь становится возможным описать алгоритм определения координат гамма- всплесков.

5.2 Барицентрический подход

Предположим, что первый и второй аппараты зарегистрировали сигнал от всплеска в моменты времени t_1 и t_2 соответственно. Барицентрические координаты аппаратов в эти моменты равны $\mathbf{x}_{S_1} = \mathbf{x}_{S_1}(t_1)$ и $\mathbf{x}_{S_2} = \mathbf{x}_{S_2}(t_2)$. Из формулы (13) временная задержка между этими моментами будет равна

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{c}\,(\mathbf{n}\cdot\mathbf{b}_{21}) + O(c^{-3}), \tag{18}$$

где $\mathbf{b}_{21} = \mathbf{x}_{S_2} - \mathbf{x}_{S_1}$. Используя формулу (9), мы получаем:

$$\triangle_{21} \equiv \tau_2 - \tau_1 = \frac{1}{c}\,(\mathbf{n}\cdot\mathbf{b}_{21}) - \frac{1}{c^2}\int_{t_0}^{t_2}\left[\frac{1}{2}v_{S_2}^2 + U(\mathbf{x}_{S_2})\right]dt +$$

$$+\frac{1}{c^2}\int_{t_0}^{t_1}\left[\frac{1}{2}v_{S_1}^2 + U(\mathbf{x}_{S_1})\right]dt + O(c^{-3}). \tag{19}$$

Аналогично, для первого и третьего аппаратов:

$$\triangle_{13} \equiv \tau_1 - \tau_3 = \frac{1}{c}\,(\mathbf{n}\cdot\mathbf{b}_{13}) - \frac{1}{c^2}\int_{t_0}^{t_1}\left[\frac{1}{2}v_{S_1}^2 + U(\mathbf{x}_{S_1})\right]dt +$$

$$+\frac{1}{c^2}\int_{t_0}^{t_3}\left[\frac{1}{2}v_{S_3}^2+U(\mathbf{x}_{S_3})\right]dt+O(c^{-3}), \tag{20}$$

и для второго и третьего аппаратов:

$$\triangle_{32}\equiv\tau_3-\tau_2=\frac{1}{c}\left(\mathbf{n}\cdot\mathbf{b}_{32}\right)-\frac{1}{c^2}\int_{t_0}^{t_3}\left[\frac{1}{2}v_{S_3}^2+U(\mathbf{x}_{S_3})\right]dt+$$

$$+\frac{1}{c^2}\int_{t_0}^{t_2}\left[\frac{1}{2}v_{S_2}^2+U(\mathbf{x}_{S_2})\right]dt+O(c^{-3}). \tag{21}$$

Эти формулы могут быть использованы при обработке наблюдений для модели конфигурации аппаратов по схеме A. Их использование позволяет избежать неопределенностей в системе сферических координат α и δ. Если известны моменты регистрации гамма-импульса на трех аппаратах τ_1, τ_2 и τ_3, то процедура определения координат будет следующей:

1) Вычисление барицентрических координат космических аппаратов и их скоростей по радарным данным и допплеровскому зондированию;

2) Вычисление интегралов в формулах (19) - (21);

3) Вычисление базовых векторов $\mathbf{b}_{21}$, $\mathbf{b}_{32}$ и $\mathbf{b}_{31}$;

4) Используя числовые значения $\triangle_{21}$, $\triangle_{31}$ и $\triangle_{32}$ и решая уравнения (19) - (21), вычисляются компоненты вектора $\mathbf{k}$.

В моделях конфигураций аппаратов B и C релятивистская часть в формулах (19) - (21) может быть существенно упрощена с учетом того, что в этих моделях $\mathbf{v}_{S_1}=\mathbf{v}_{S_2}=\mathbf{v}_{S_3}=\mathbf{v}_E$ и $U(\mathbf{x}_{S_1})=U(\mathbf{x}_{S_2})=U(\mathbf{x}_{S_3})=U(\mathbf{x}_E)$. Так как величина $\frac{1}{2}v_E^2+U(\mathbf{x}_E)$ существенно не изменяется на интервале времени $\triangle_{21},\triangle_{13}$, или $\triangle_{32}$, мы в результате приходим к очень простым формулам:

$$\triangle_{21} \equiv \tau_2 - \tau_1 = \frac{1}{c}\left(\mathbf{n}\cdot\mathbf{b}_{21}\right)\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left[\frac{1}{2}v_E^2 + U(\mathbf{x}_E)\right]\right\} + O(c^{-3}), \tag{22}$$

$$\triangle_{13} \equiv \tau_1 - \tau_3 = \frac{1}{c}\left(\mathbf{n}\cdot\mathbf{b}_{13}\right)\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left[\frac{1}{2}v_E^2 + U(\mathbf{x}_E)\right]\right\} + O(c^{-3}), \tag{23}$$

$$\triangle_{32} \equiv \tau_3 - \tau_2 = \frac{1}{c}\left(\mathbf{n}\cdot\mathbf{b}_{32}\right)\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left[\frac{1}{2}v_E^2 + U(\mathbf{x}_E)\right]\right\} + O(c^{-3}). \tag{24}$$

При этом выполняется правило

$$\triangle_{21} + \triangle_{13} + \triangle_{32} = 0. \tag{25}$$

которое может быть использовано как дополнительный контроль процедуры синхронизации часов аппаратов.

5.3 Геоцентрический подход

Основным уравнением в геоцентрической системе является формула (16). Обозначим геоцентрический вектор, направленный на всплеск как $\hat{\mathbf{n}}$, а геоцентрические координаты аппаратов как $\mathbf{w}_{S_1}, \mathbf{w}_{S_2}, \mathbf{w}_{S_3}$ по отношению к моментам регистрации сигналов τ_1, τ_2 и τ_3 соответственно. Затем, используя формулу (11), получаем для модели конфигурации A:

$$\triangle_{21} = \frac{1}{c}\left(\hat{\mathbf{n}}\cdot\mathbf{w}_{S_2}\right) - \frac{1}{c}\left(\hat{\mathbf{n}}\cdot\mathbf{w}_{S_1}\right) + \frac{1}{c^2}\left[\frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2} v_E^2 dt + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_1}\left(v_{S_1}^2 - v_{S_2}^2\right)dt\right] +$$

$$+\frac{1}{c^2}\left(\mathbf{v}_E(\tau_2)\cdot\mathbf{w}_{S_2}\right) - \frac{1}{c^2}\left(\mathbf{v}_E(\tau_1)\cdot\mathbf{w}_{S_1}\right) + O(c^{-3}), \tag{26}$$

и две аналогичные формулы для $\triangle_{31}$ и $\triangle_{32}$.

Для моделей конфигурации B и C вместо (11) используется выражение (12). Получаем:

$$\triangle_{21} = \frac{1}{c}\left(\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{w}_{S_2}\right) - \frac{1}{c}\left(\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{w}_{S_1}\right) + \frac{1}{c^2}\left(\mathbf{v}_E(\tau_2) \cdot \mathbf{w}_{S_2}\right) -$$

$$-\frac{1}{c^2}\left(\mathbf{v}_E(\tau_1) \cdot \mathbf{w}_{S_1}\right) + O(c^{-3}), \qquad (27)$$

и две аналогичные формулы для $\triangle_{31}$ и $\triangle_{32}$.

После разложения правых частей уравнений в ряд Тейлора по параметру τ_1 и их решения мы получаем координаты единичного вектора $\hat{\mathbf{n}}$ в геоцентрической системе отсчтета. Для их пересчета в барицентрическую систему используется релятивистское преобразование аберрации [11]:

$$\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{k} + \frac{1}{c}\left[\mathbf{k} \times \left[\mathbf{k} \times \mathbf{v}_E(\tau_1)\right]\right] + \frac{1}{c^2}\left\{\frac{1}{2}\left(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_E(\tau_1)\right)\left[\mathbf{k} \times \left[\mathbf{k} \times \mathbf{v}_E(\tau_1)\right]\right] -\right.$$

$$\left. -\frac{1}{2}\left[\mathbf{k} \times \mathbf{v}_E(\tau_1)\right]^2 \mathbf{k} + \left[\mathbf{k} \times \left[\mathbf{w}_{S_1} \times \mathbf{a}_E(\tau_1)\right]\right]\right\} + O(c^{-3}), \quad (28)$$

где $\mathbf{a}_E = d\mathbf{v}_E/dt$ - барицентрическое ускорение геоцентра. Преобразование (28) позволяет пересчитать геоцентрическое направление $\hat{\mathbf{n}}$ на гамма-источник в барицентрическую систему координат.

Необходимо добавить, что в барицентрическом решении не нужно учитывать аберрацию, несмотря на то, что наблюдения проводятся на движущихся аппаратах. Причина этого состоит в том, что фиксируются только моменты прихода фотонов, а не направление их распространения. В случае же геоцентрического подхода нужно производить аберрационное преобразование для того, чтобы учесть орбитальное движение Земли относительно барицентрической системы координат.

6 Оценка погрешности измерения времени запаздывания. Методы и предположения.

Как уже говорилось выше, точность метода "космической триангуляции" гамма- всплесков будет определяться двумя факторами: во-первых, точностью работы часов и учета всех релятивистских поправок - этот вопрос был рассмотрен в предыдущих параграфах, и во-вторых, естественными причинами, ограничивающими точность, главными из которых будут фотонные флуктуации и космический фон гамма-лучей. Рассмотрим вопрос о пределе точности метода при условии идеального решения проблемы часов и релятивистских поправок, обсужденного выше.

Очевидно, что для подобной оценки достаточно оценить погрешность измерения времени запаздывания сигнала идеальной аппаратурой E_t в зависимости от параметров λ_i $(i = 1, 2, ...)$ всплеска и детектора. Эта оценка была произведена методом имитации работы космических аппаратов с заданными параметрами детекторов по регистрации условного гамма-всплеска также с заданными параметрами. Варьируя эти параметры, мы получаем искомую зависимость $E_t(\lambda_i)$.

Рассмотрим идеализированную картину: два космических аппарата фиксируют гамма- источник в направлении, точно перпендикулярном линии, соединяющей эти аппараты, и совпадающем с осями диаграмм обоих детекторов. Предположим, что аппараты работают в режиме прямого счета фотонов в спектральном диапазоне от 20 до 300 КэВ, при этом квантовый выход детекторов равен 100%. Площадь детекторов равна S, время накопления сигнала — T_{cnt}. Отметим, что в этом случае ожидаемая временная задержка в барицентрической системе координат равна нулю, то есть аппараты должны зарегистрировать гамма-всплеск одновременно (в барицентрической системе задержки, связанной с аберрацией света, не существует).

Гамма-всплеск характеризуется следующими параметрами λ_i: полная интенсивность в указанном спектральном диапазоне (J), длительность (T) и характерный масштаб временной переменности по отношению к длительности ($\Delta T/T$). Фотонный спектр гамма-всплеска положим равным $N(E) \sim E^{-2}$, что является достаточно типичным. Случайный профиль гамма-всплеска описывается формулой

$$f(t) = C\frac{t}{T}\left(1 - \frac{t}{T}\right)e^{-t/T}\left(2 + \sum_{j=1}^{T/\Delta T}\left(A_j \cos\frac{2\pi jt}{T} + B_j \sin\frac{2\pi jt}{T}\right)\right)^2, \qquad (29)$$

где $A_j = a_j/j$, $B_j = b_j/j$, a_j и b_j есть случайные числа, принимающие значения от -1 до 1, а нормировочная константа C выбиралась так, чтобы полная интенсивность всплеска была равна J. Первый множитель в (29), включающий экспаненту, описывает быстро нарастающий, а затем медленно убывающий профиль гамма-всплеска, а второй - его кратковременную переменность. Вне интервала $[0, T]$ функция $f(t)$ равна нулю.

Для воспроизведения реальной наблюдательной ситуации к функции $f(t)$ прибавлялся постоянный фон g, вычисленный для указанного выше спектрального интервала по данным [13]. Сумма $f(t) + g$ есть полный поток гамма-излучения, воздействующий на детекторы аппаратов. Полное ожидаемое число фотонов, зарегистрированных n-м аппапратом в i-ый интервал времени, равно

$$N(i) = (f(t_i) + g)\, ST_{cnt} \tag{30}$$

и не зависит от номера аппарата, так как временная задержка в рассматриваемом случае равна нулю. Само же число реально зарегистрированных фотонов будет равно $N_1(i)$ и $N_2(i)$ для первого и второго аппаратов соответственно, причем предполагается, что обе эти случайные величины удовлетворяют распределению Пуассона со средней величиной $N(i)$ для фиксированного значения i. Таким образом, мы имитировали отклик приборов двух аппаратов на гамма-всплеск.

Свертка откликов двух аппаратов дает автокорреляционную функцию профиля гамма-всплеска:

$$F(\Delta t) = \sum_i N_1(i) N_2(i + \frac{\Delta t}{T_{cnt}}), \tag{31}$$

где Δt - временной сдвиг. Для этой функции необходимо определить время, соответствующее ее максимуму. Очевидно, что отличие этого времени от нуля и будет равно погрешности данного конкретного измерения времени запаздывания.

Вычисления производились для набора параметров, приведенного в таблице:

Яркость всплеска	J	эрг/см^2	10^{-8}; 10^{-7}; 10^{-6}; 10^{-5}; 10^{-4}; 10^{-3}
Продолжительность всплеска	T	с	1; 10
Масштаб переменности	$\Delta T/T$		0.01; 0.1; 1
Площадь детектора	S	см^2	100; 1000;

Время накопления сигнала принимало только одно значение 10^{-3} с (порядка наилучшей возможной точности измерения времени запаздывания), так как изменять его нет особого смысла, что будет показано далее. Тем самым, мы имеем 72 возможные комбинации параметров всплеска и приемника. Для каждой из этих комбинаций процедура повторялась для 100 случайных профилей гамма-всплеска (с различными a_j и b_j), и далее вычислялась среднеквадратичная погрешность определения времени запаздывания, отвечающая данным параметрам всплеска и приемника.

Необходимо также отметить, что перед определением времени максимума автокорреляционной функции каждая из этих 7200 функций подвергалась на интервале от -1.024 с до 1.023 с (достаточно широком, достоверно включающем время максимума) быстрому Фурье-сглаживанию восемью различными способами с номером первой исключаемой гармоники, равным 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 и 256. Из восьми способов выбирался тот, который давал наименьшую среднеквадратичную погрешность для 100 измерений с указанным набором параметров. Вполне естественно, что номер первой исключаемой гармоники в этом случае возрастал от $2 \div 8$ для слабопеременных всплесков ($\Delta T/T = 1$) до $64 \div 256$ для сильнопеременных ($\Delta T/T = 0.01$).

По полученным среднеквадратичным значениям погрешности времени запаздывания E_t была найдена эмпирическая формула:

$$\begin{gathered}\log E_t(\text{с}) = -4.240 - 0.515 \log J(\text{эрг/см}^2) + 0.947 \log T(\text{с}) + \\ +0.522 \log(\Delta T/T) - 0.497 \log S(\text{см}^2)\end{gathered} \tag{32}$$

Значения коэффициентов получились вполне ожидаемыми - зависимость E_t от J и S близка к обратно-корневой, а от T - к линейной: точность метода быстро ухудшается при возрастании продолжительности всплеска при той же его полной яркости. Естественно также и то, что точность возрастает для сильнопеременных всплесков. Формула (32) выполняется с хорошей точностью (среднее отклонение $\log E_t$ равно 0.15), и ее можно экстраполировать на более широкий диапазон параметров. Данную формулу также можно обобщить на случай неидеального квантового выхода и произвольной ориентации приемников. В этом случае площадь детектора нужно умножить на квантовый выход, а интенсивность всплеска - на косинус угла отклонения всплеска от оси.

В заключение параграфа вернемся к вопросу о выборе времени накопления сигнала. На рис. 3 показана сравнительная диаграмма погрешностей определения времени запаздывания сигнала при различных комбинациях параметров всплеска и приемника для времени накопления 10^{-3} с (ось абсцисс) и 10^{-2} с (ось ординат). Видно, что при ошибках, больших 10^{-1} – 10^{-2} с, сами ошибки практически не зависят от времени накопления сигнала, а при меньших - они ниже для $T_{cnt} = 10^{-3}$ с. Из этого можно сделать вывод, что время накопления не должно превышать наименьшее значение ошибки измерения запаздывания (в нашем случае это 10^{-3} с), дальнейшее же его уменьшение не даст выигрыша. Поэтому нами и было выбрано единственное оптимальное значение времени накопления 10^{-3} с.

7 Оценка эффективности метода

Пользуясь формулой (32), мы можем оценить точность измерения координат любого гамма-всплеска при условии задания его параметров и параметров приемника. Переходя к системе трех аппаратов, лежащих в плоскости эклиптики (схема С), из формулы (2) получим связь ошибки измерения координат с ошибкой измерения времени запаздывания (при условии, что база L известна точно):

$$E''_\alpha = 206265'' \frac{E_t c}{L|\sin b|}, \qquad (33)$$

где b – эклиптическая широта гамма-источника. Отметим, что его яркость J в формуле (32) нужно также умножить на $|\sin b|$.

Если взять распределение известных гамма-всплесков по указанным параметрам из четвертого каталога BATSE и учесть их изотропное распределение на небесной сфере, то с помощью формул (32) и (33) мы можем рассчитать, у какой части всех уже известных гамма-всплесков мы могли бы измерить координаты с наперед заданной точностью, пользуясь системой из трех приемников с площадью S и квантовым выходом, равным 100% (в случае неидеального приемника под S следует понимать произведение площади на квантовый выход). Результаты этих расчетов для площади 100 и 1000 см^2 приведены на рис. 4. Мы видим, что координаты более 10% всплесков можно было бы измерить с точностью $1''$, а для половины всплесков точность составила бы порядка $10''$. Это значительно лучше той точности, с которой измеряются координаты большинства всплесков в настоящее время, и позволило бы проводить уверенное отождествление гамма-источников с известными объектами на небесной сфере.

8 Заключение

В работе был рассмотрен метод "космической триангуляции" измерения координат гамма-всплесков на небе. Было отмечено два фактора, определяющие точность этого метода: во-первых, точность работы аппаратуры и учета всех необходимых релятивистских поправок для вычисления времени регистрации сигнала и, во-вторых, естественные причины, ограничивающие точность измерения времени запаздывания и, следовательно, координат гамма-всплесков.

Для успешного решения первой из этих проблем наиболее правильным является барицентрический подход, который, однако, требует очень точного вычисления барицентрических орбит космических аппаратов. Кроме того, вычисление интегралов в формуле (19) может представлять некоторые трудности и привести в результате к потере точности.

В случае геоцентрического подхода можно использовать в формуле (26) епосредственные данные зондирования космических аппаратов, что исключает необходимость вычислять интегралы, описывающие преобразования шкал времени. Однако, появляется необходимость вычисления аберрационных поправок в направлении на гамма-источник, что опять-таки требует применения барицентрической теории движения космических аппаратов и Земли.

В обоих случаях барицентрические координаты, скорость и ускорение геоцентра вычисляются, исходя из современной теории движения Земли, например, DE200. В настоящий момент это не представляет особой сложности.

В результате настоящей работы было установлено, что при выполнении всех оговоренных требований координаты значительной части гамма-всплесков могли бы быть измерены с точностью до $10''$, а для некоторых всплесков точность могла бы достичь или даже превысить $1''$. Этой точности было бы достаточно для отождествления гамма-всплесков с известными объектами на небе и выяснения их физической природы.

С. М. Копейкин выражает благодарность Г. Найгебауэру и Г. Шэферу за поддержку по гранту B501-96060 Министерства Науки и Культуры Тюрингии (Германия).

Литература

[1] Постнов К.А. Космические гамма-всплески // УФН. 1999. Т.169. N5. С. 545-558.

[2] Soffel M.H. Relativity in Astrometry // Celestial Mechanics and Geodesy. Springer-Verlag: Berlin, 1989.

[3] Brumberg V.A., Kopeikin S.M. Relativistic Reference Systems and Motions Of Test Bodies in the Vicinity of The Earth // Nuovo Cimento B. 1989. Vol.103. P.63-98.

[4] Brumberg V.A., Kopeikin S.M. Relativistic Time Scales in the Solar System // Celestial Mechanics. 1990. Vol.48. P.23-44

[5] Soffel M.H., Brumberg V.A. Relativistic Reference Frames Including Time Scales: Questions and Answers // Cel. Mech. Dyn. Astron. 1991. V.52. P.335-373

[6] Курт В.Г., Тихомирова Я.Ю., Шейхет А.И. Можно ли решить проблему происхождения космических гамма-всплесков? // Космические исследования. 1996. Т.34. N6. С.564-570.

[7] Kopeikin S.M. Celestial Coordinate Reference Systems in Curved Space-Time // Celestial Mechanics. 1988. Vol.44. P.87-115.

[8] Копейкин С.М. Релятивистские системы отсчета в Солнечной системе // Астрономический журнал. 1989. Т.66. Вып.5. С.1069-1080.

[9] Копейкин С.М. Асиптотические сшивки гравитационных полей в Солнечной системе // Астрономический журнал. 1989. Т.66. Вып.6. С.1289-1303.

[10] Damour T., Soffel M., Xu C. A New Approach to the General Relativistic N-body Problem // 1st W.Fairbauss Meeting on the Relativistic Gravitiational Experiments in Space. Singapore, 1993. P.63-73.

[11] Klioner S.A., Kopeikin S.M. Microarcsecond Astrometry in Space: Relativistc Effects and Reductions of Observations // Astronomical Journal. 1992. Vol.104. N2. P.897-914.

[12] Kopeikin S.M., Schafer G. Lorentz Covariant Theory of Light Propagation in Gravitational Fields of Arbitrary-Moving Bodies // Phys. Rew. D. 1999. V.60. P.124002; also availible as e-print gr-qc/9902030

[13] Zombeck M.V. High-Energy Astrophysics Handbook. // Smithsonian Institution Astrophysical Observatory. 1980. P.4-1

HIGH-PRECISION SPACE ASTROMETRY OF GAMMA-RAY BURSTS

S.M. Kopeikin[1,2], V.G. Kurt[2] and O.S. Ougolnikov[2]

[1]Department of Physics and Astronomy, University of Missouri-Columbia, Physics Building 223, Columbia, MO 65211, USA

[2]Astro Space Center, Lebedev Physical Insitute, Russian Academy of Sciences, Profsoyuznaya ul. 84/32, Moscow, 117810, Russia

In this work we consider principles and algorythm of high-precision triangulational measuring of coordinates of gamma-ray bursts using three spacecrafts. General Theory of Relativity equations are used for description of transformations between barycentric, geocentic and spacecraft reference frames. Three different spacecraft configurations in the Solar system were considered. We have estimated the precision of measuring of time of arrival of gamma-ray signal on different spacecrafts in dependence on burst and detector parameters. This allows to estimate limiting accuracy of the triangulation method of gamma-ray bursts coordinates measuring.